# TD2

Arthur Leclaire - Antoine Houdard - Lucile Laulin

Dans ce TD, on utilisera implicitement l'isomorphisme canonique entre l'espace $\mathbb{C}^{Z_N}$ des suites $N$-périodiques et $\mathbb{C}^N$, avec des indices commençant par convention à zéro.

**Exercice 1.**

Considérons le signal $u = (1, 0, -3, 4)^T$ dans $\mathbb{C}^{\mathbb{Z}_4}$.

**1.** Écrire la matrice $W_4$ de la DFT sur $\mathbb{C}^{\mathbb{Z}_4}$.

**2.** Calculer $\hat{u}$.

**3.** Comment se traduit sur $\hat{u}$ le fait que $u$ est à valeurs réelles ?

**4.** Vérifier que $u = W_4^{-1}\hat{u}$.

**5.** Tracer le spectre de $u$ sur $[0 : 3]$, puis son spectre centré sur $[-2 : 1]$.

**6.** Répéter l'exercice avec $u = (1, i, 2 + i, -3)^T$.

**Exercice 2.**

Soit $u \in \mathbb{C}^{\mathbb{Z}_N}$. Pour $a \in \mathbb{Z}$, on définit le signal $a$-translaté par

$$\forall x \in \mathbb{Z}, \quad T_a u(x) = u(x - a) .$$

**1.** Calculer la TFD de $T_a u$.

**2.** En déduire que le spectre de Fourier est invariant par translation du signal $u$.

**Exercice 3.**

L'unité de temps étant la seconde, on considère le signal audio continu 1-périodique défini par

$$\forall t \in \mathbb{R}, \quad f(t) = \sin(7 \cdot 2\pi t) - 4\cos(440 \cdot 2\pi t) .$$

On échantillonne ce signal $f$ pendant une seconde à une fréquence de 1024 Hz.

On note $N = 1024$.

**1.** Écrire la formule qui définit le signal échantillonné $u : \mathbb{Z}_N \to \mathbb{C}$.

**2.** En utilisant la formule d'Euler, calculer $\hat{u}$.

**3.** Tracer le spectre de $u$. Tracer son spectre centré (sur $[-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}]$).

**4.** Analyser le spectre de $u$ et interpréter son contenu fréquentiel.