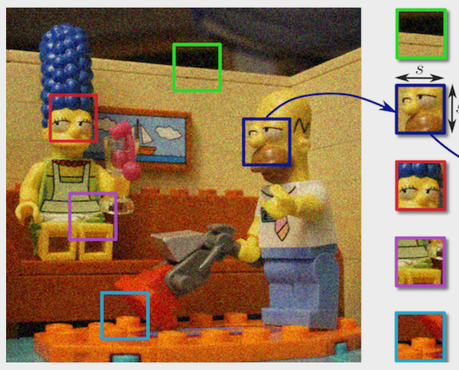
Étude du centrage des patchs et modélisation de leur moyenne pour le débruitage d'images

Antoine Houdard — IMB, Université de Bordeaux

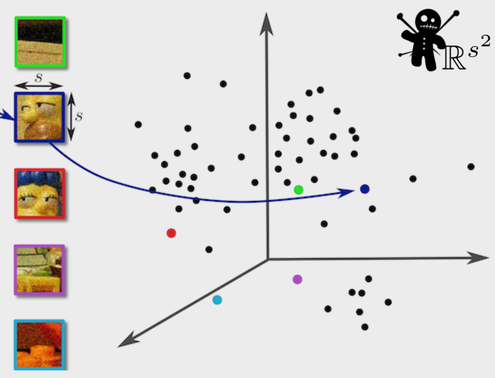
Institut de Mathématiques de Bordeaux

Contexte : le débruitage par estimation statistique dans l'espace des patchs

1. extraction des patchs



2. espace des patchs



3. modèle a priori

patchs sans bruit
$\pi(x;\theta)$

$$Y_i = X_i + N_i$$

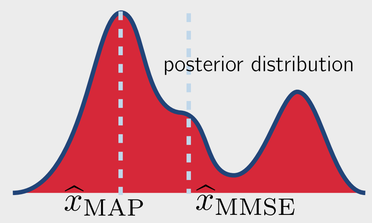
patchs observés
$\phi(y;\theta)$

bruit
$\mathcal{N}(0,\sigma^2 \mathrm{I}_p)$

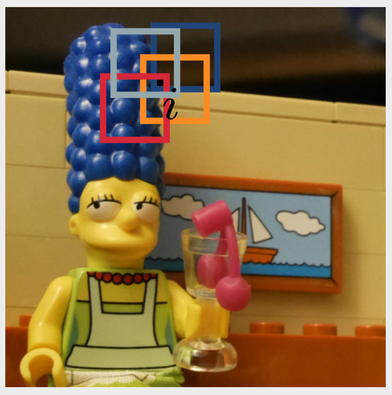
4. inférence

$$\mathcal{L}(y;\theta) = -\sum_{i=1}^{n} \log\left(\phi(y_i;\theta)\right)$$

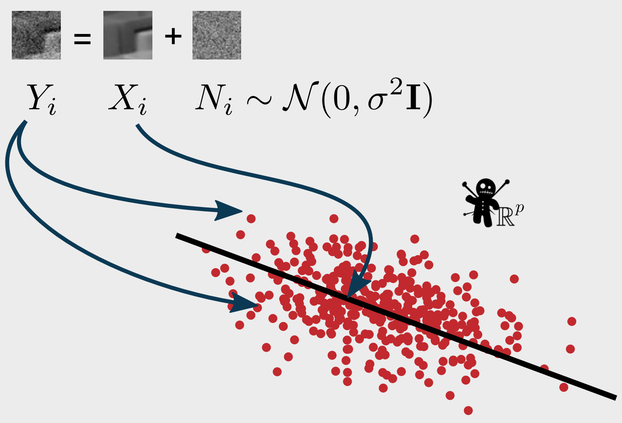
5. estimation



6. agrégation

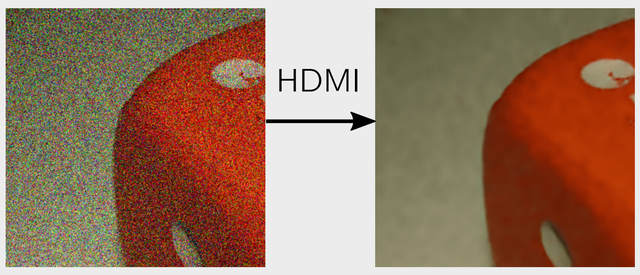


Modèle utilisé ici : HDMI



houdard.wp.imt.fr/HDMI

Problème : apparition d'un bruit basse fréquence



provient en partie d'une mauvaise estimation des moyennes de chaque patch

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p} Y_i(j)$$

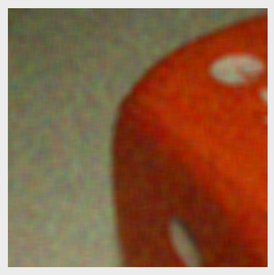


image des moyennes $\bar{Y}$

image des moyennes verité de terrain $\bar{X}$

idée : débruiter les moyennes séparément

Proposition : décomposer le problème de bruit en deux sous-problèmes, et...

modèle sur les moyennes

$$\bar{Y}_i = \bar{X}_i + \bar{N}_i \in \mathbf{R} \quad ✸$$

nouvelle image bruitée dont on peut extraire de nouveaux patchs

$$Z_i = W_i + M_i \in \mathbf{R}^p$$

avec $M_i \sim \mathcal{N}(0,\Sigma_{M_i})$ $\quad \Sigma_{M_i} = \frac{\sigma^2}{p^2} B \otimes B$

$$B = \begin{pmatrix} s & (s-1) & \cdots & 1 \\ (s-1) & s & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & (s-1) \\ 1 & \cdots & (s-1) & s \end{pmatrix},$$

modèle sur les patchs centrés

$$Y_i^c = X_i^c + N_i^c \in \mathbf{R}^p \quad ✸✸$$

avec $N_i^c \sim \mathcal{N}(0,\Sigma_{N_i^c})$

$$\Sigma_{N_i^c} = \frac{\sigma^2}{p}\begin{pmatrix} p-1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & p-1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & -1 \\ -1 & \cdots & -1 & p-1 \end{pmatrix}.$$

Définition des patchs centrés $\quad Y_i^c = Y_i - \bar{Y}_i \mathbf{1}_p$

... se ramener à un bruit blanc gaussien

on peut construire une matrice orthogonale Q telle que

$$Q^T N_i^c \sim \mathcal{N}\left(0, \begin{pmatrix} \sigma^2 \mathrm{I}_{p-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right)$$

et une matrice inversible L telle que

$$L^{-1} M_i \sim \mathcal{N}(0, \frac{\sigma^2}{p^2}\mathrm{I}_p)$$

Utiliser telle quelle une méthode de débruitage sur ces problèmes transformés !

Débruitage final et résultats

Pour chaque patch i, on utiliser l'algorithme HDMI pour obtenir

✸ un estimateur de sa moyenne $\widehat{\bar{X}_i}$

✸✸ un estimateur du patch centré $\widehat{X_i^c}$

afin d'obtenir l'estimateur final $\quad \widehat{X}_i = \widehat{X_i^c} + \widehat{\bar{X}_i}\mathbf{1}_p$

Image bruitée

Image débruitée par HDMI simple

Image débruitée par HDMI sur chaque sous-problème

Contact et références

A. H., Charles Bouveyron, Julie Delon, High-Dimensional Mixture Models for Unsupervised Image Denoising (HDMI), SIAM SIIMS, 2018

A. H., Statistical Modeling of the Patches DC Component for Low-Frequency Noise Reduction. 2019. preprint hal-02024205v2

page perso :
houdard.wp.imt.fr

mail:
antoine.houdard@u-bordeaux.fr

preprint : hal.archives-ouvertes.fr/hal-02024205