

Étude du centrage des patchs et modélisation de leur moyenne pour le débruitage d'images

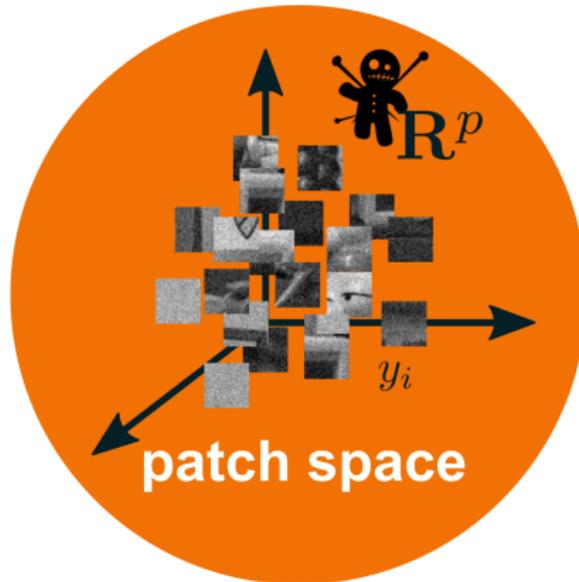
Antoine Houdard
IMB, Université de Bordeaux

27^e colloque Grets

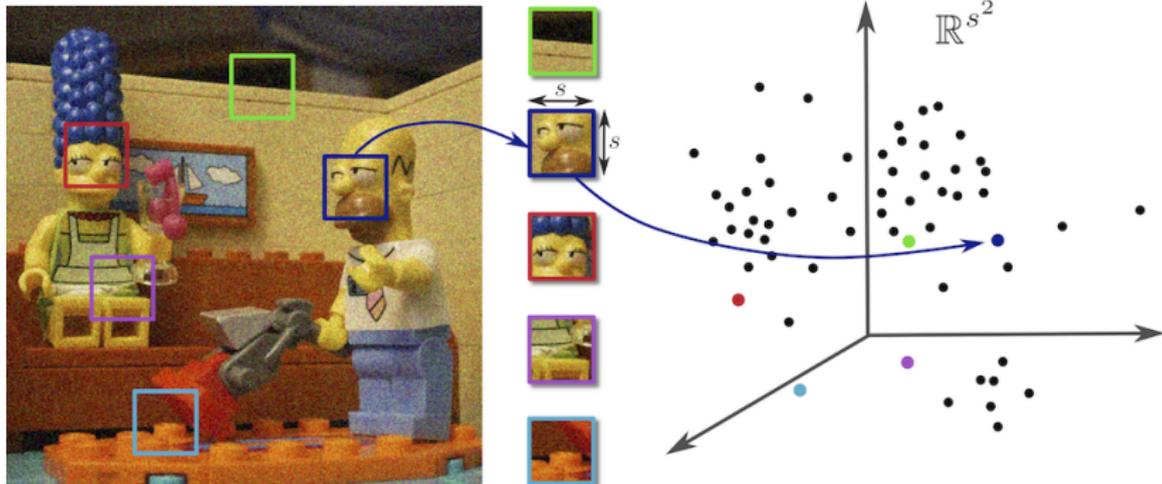
Lille, 26–29 août 2019

Contexte

Le débruitage par estimation statistique dans l'espace des patches



1. Extraction des patches



ensemble des patches observés $\{y_1, \dots, y_n\}$

2. Modélisation a priori des patchs sans bruit sous-jacents

$$Y_i = X_i + N_i$$

2. Modélisation a priori des patchs sans bruit sous-jacents

bruit blanc gaussien

$$\mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_p)$$

$$Y_i = X_i + N_i$$

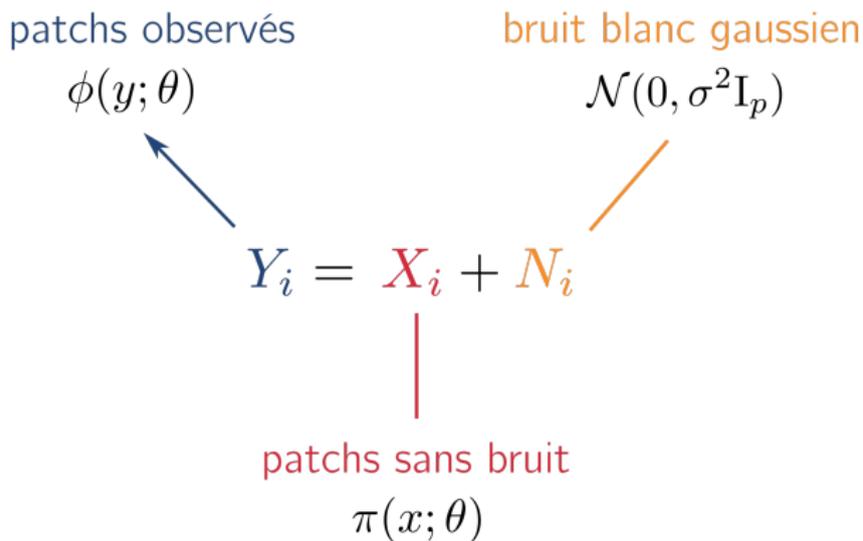
2. Modélisation a priori des patches sans bruit sous-jacents

$$Y_i = X_i + N_i$$

bruit blanc gaussien
 $\mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_p)$

patches sans bruit
 $\pi(x; \theta)$

2. Modélisation a priori des patches sans bruit sous-jacents



3. Inférence des paramètres θ

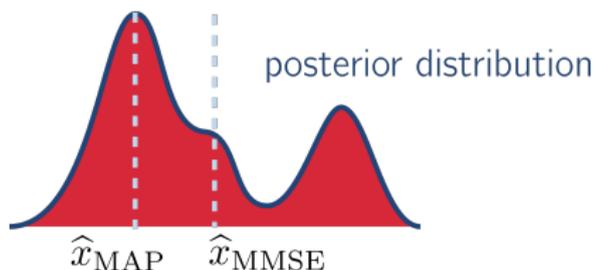
$$\mathcal{L}(y, \theta) = - \sum_i \log (\phi(y_i; \theta))$$

3. Inférence des paramètres θ

$$\mathcal{L}(y, \theta) = - \sum_i \log (\phi(y_i; \theta))$$

4. Estimation des patches sans bruit

$$\hat{x}_{\text{MMSE}_i} = \mathbf{E}[X_i | Y_i = y_i]$$



Dans la littérature

- ★ Patch-based PCA [Deledalle, Salmon, Dalalyan, 2011]
- ★ EPLL [Zora, Weiss, 2011]
- ★ NL-Bayes [Lebrun, Buades, Morel 2012]
- ★ SURE Guided Gaussian Mixture Image Denoising [Wang, Morel, 2013]
- ★ Single-frame image denoising using gaussian mixtures [Teodoro, Almeida, Figueiredo, 2015]
- ★ HDMI [H., Bouveyron, Delon, 2018]
- ★ ...

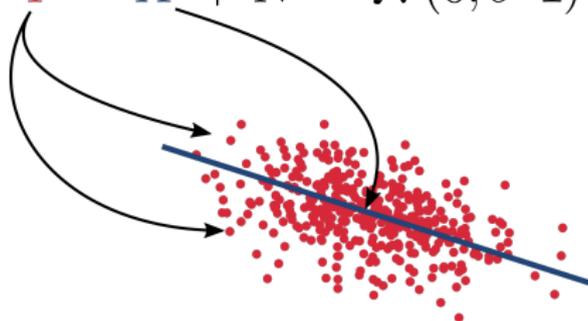
Ce travail : amélioration de HDMI



A diagram illustrating the decomposition of a noisy patch into a clean patch and noise. It shows a red-bordered square on the left, followed by an equals sign, then a blue-bordered square, a plus sign, and a gray square.

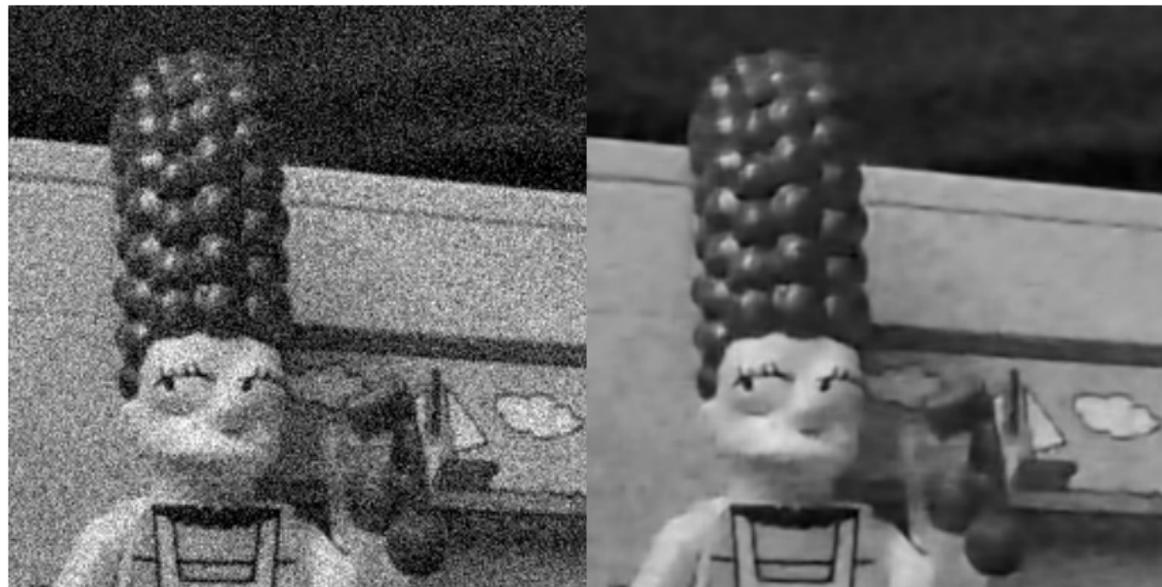
$$\text{[Noisy Patch]} = \text{[Clean Patch]} + \text{[Noise]}$$

$$Y = X + N \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I})$$



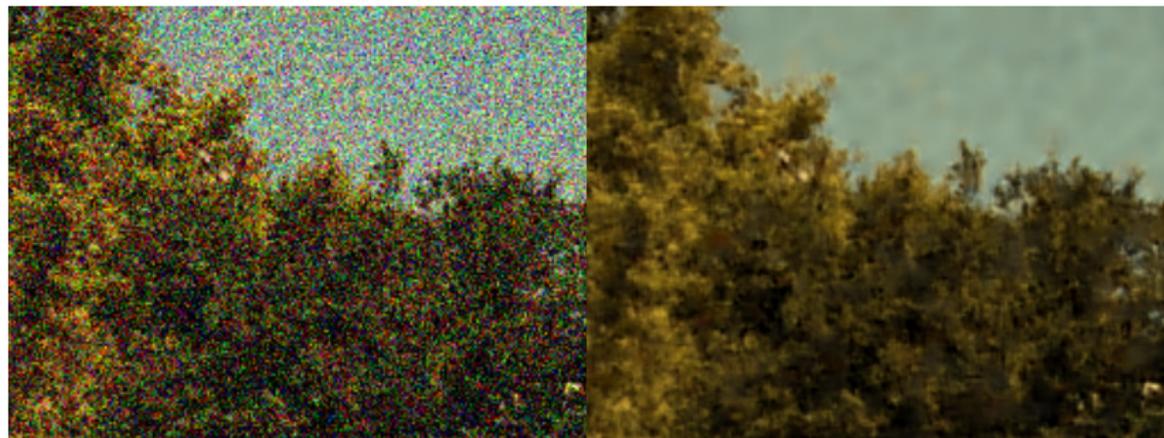
1. **Modélisation** des patches par un modèle de mélange avec réduction de dimension
2. **Inférences** des paramètres avec un algorithme EM
3. **Estimation** des patches débruités par espérance conditionnelle

Bon pour les textures mais bruit basse fréquence résiduel



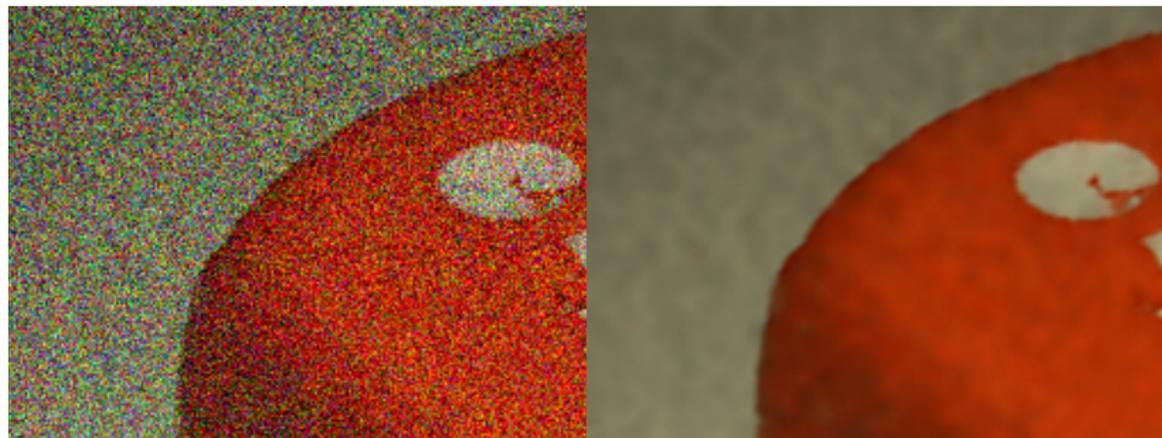
bruit 20% et patches 7×7

Bon pour les textures mais bruit basse fréquence résiduel



bruit 20% et patches 7×7

Bon pour les textures mais bruit basse fréquence résiduel



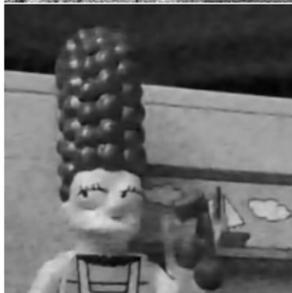
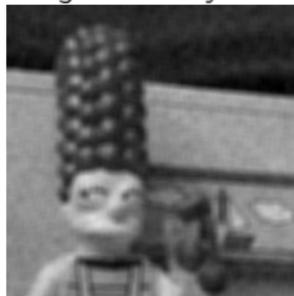
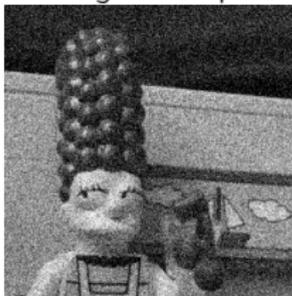
bruit 20% et patches 7×7

Constat : une grande partie vient des moyennes des patches



image de départ

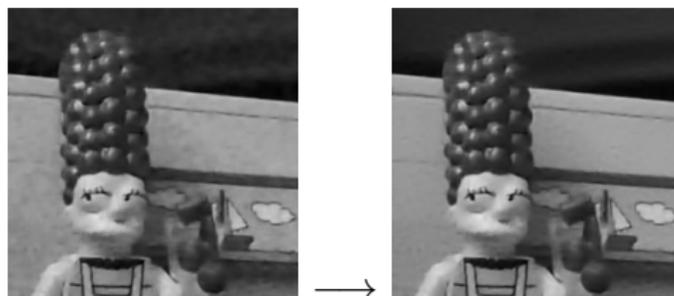
image des moyennes



Idée : débruiter l'image des moyennes



On peut alors corriger le débruitage !



Modélisation du bruit sur l'image des moyennes

- ▶ la moyenne du patch $\bar{Y}_i = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p Y_i(j)$ correspond au pixel i de l'image des moyennes
- ▶ modèle de bruit sur les moyennes

$$\bar{Y}_i = \bar{X}_i + \bar{N}_i \in \mathbf{R},$$

avec \bar{N}_i des variables aléatoires gaussiennes non indépendantes

Modélisation du bruit sur l'image des moyennes

extraction de patches de la même taille p que les patches originaux

$$Z_i = W_i + M_i,$$

où $Z_i = \pi_i(\bar{Y})$, $W_i = \pi_i(\bar{X})$ et $M_i = \pi_i(\bar{N})$.

Proposition

$M_i \sim \mathcal{N}(0_p, \Sigma_{M_i})$ avec

$$\Sigma_{M_i} = \frac{\sigma^2}{p^2} B \otimes B,$$

où

$$B = \begin{pmatrix} s & (s-1) & \cdots & 1 \\ (s-1) & s & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & (s-1) \\ 1 & \cdots & (s-1) & s \end{pmatrix},$$

Se ramener à un bruit blanc

Proposition

Σ_{M_i} est symétrique définie-positive et il existe L inversible telle que $B \otimes B = LL^T$.

Se ramener à un bruit blanc

Proposition

Σ_{M_i} est symétrique définie-positive et il existe L inversible telle que $B \otimes B = LL^T$.

$$L^{-1}Z_i = L^{-1}W_i + L^{-1}M_i,$$

problème de débruitage avec **bruit blanc gaussien** de variance σ^2/p^2 .

soit $f_{denoise}$ un débruiteur (ex. HDML), un estimateur de W_i est

$$\widehat{W}_i = L f_{denoise} (L^{-1}W_i)$$

Correction des moyennes a posteriori

1. estimer $\widehat{X}_i = f_{denoise}(Y_i)$ pour chaque patch de l'image
2. estimer $\overline{\widehat{X}_i}$ en débruitant l'image des moyennes
3. corriger chaque patch par cette nouvelle estimation

$$h(X_i) = \widehat{X}_i - \overline{\widehat{X}_i} \mathbf{1}_p + \widehat{\overline{X}_i} \mathbf{1}_p.$$

Résultats

image bruitée



débruitée HDMI



Résultats

image bruitée



débruitée HDMI corrigée



Résultats

image bruitée



débruitée HDMI



Résultats

image bruitée



débruitée HDMI corrigée



Resultats

image bruitée



débruitage HDMI



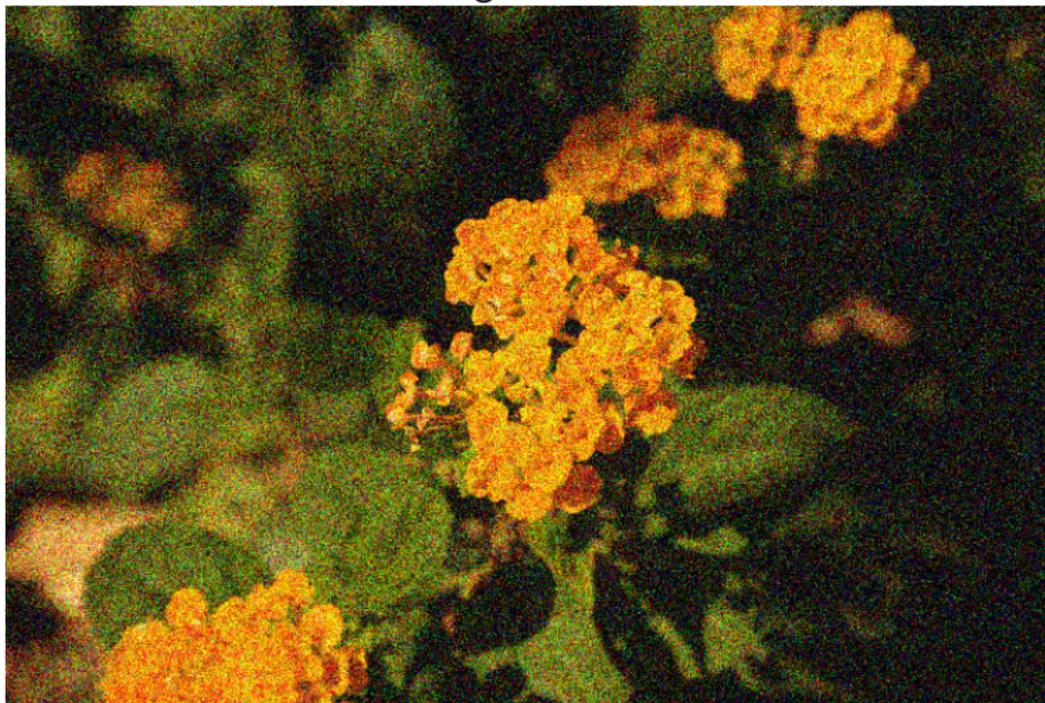
Resultats

débruitage HDMI corrigé

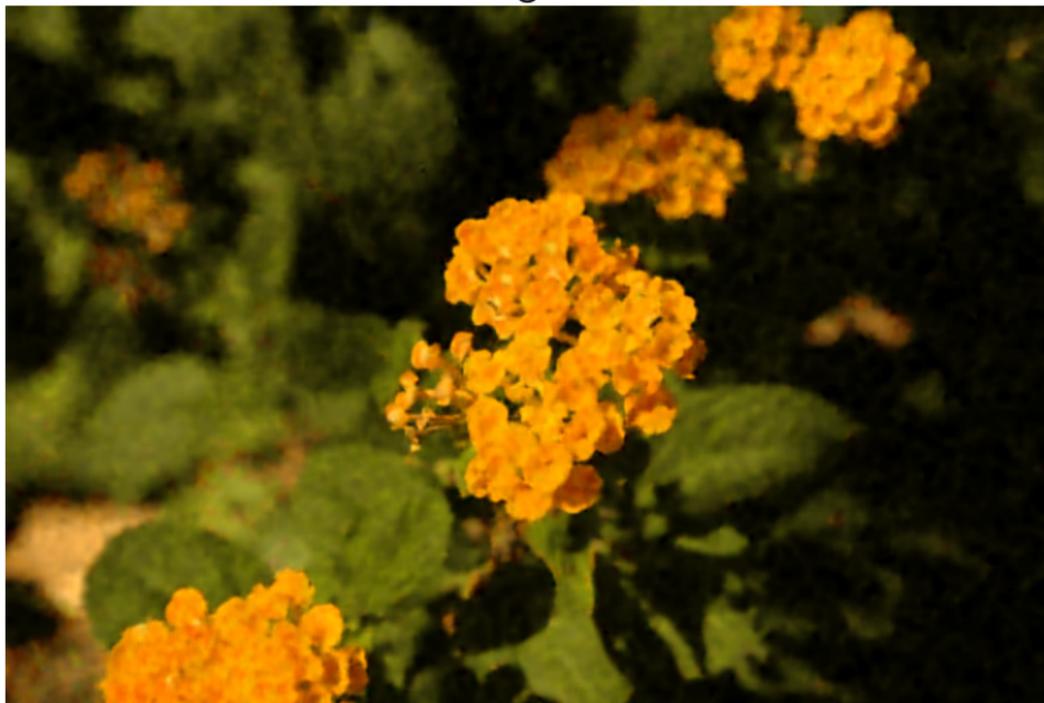


Resultats

image bruitée

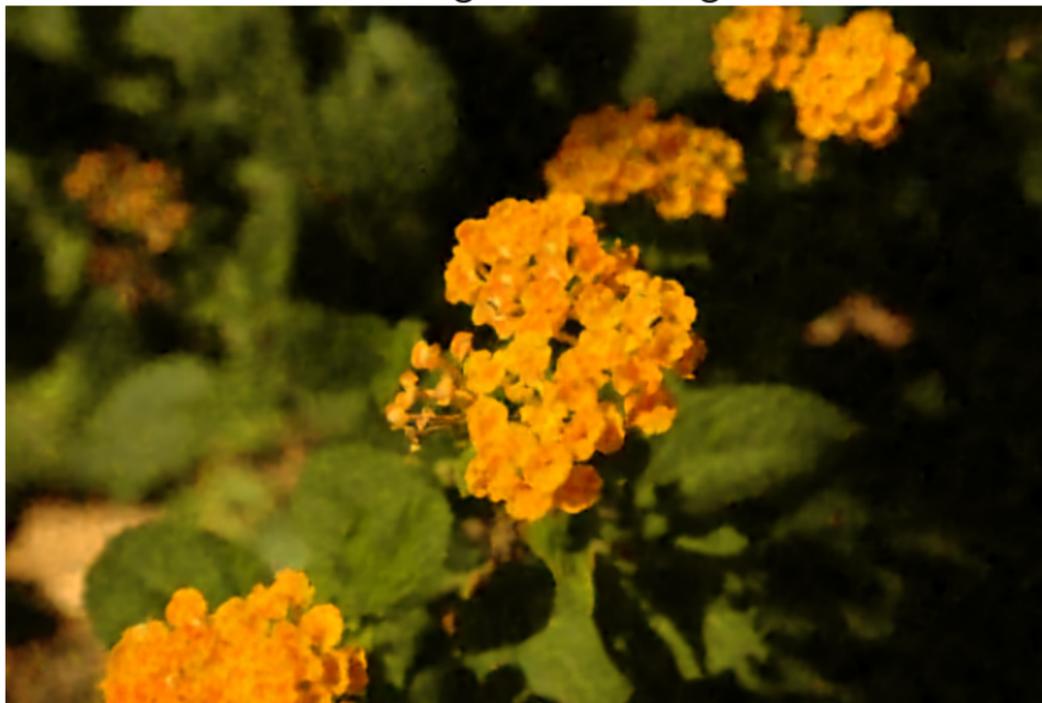


débruitage HDMI



Resultats

débruitage HDMI corrigé



Resultats

image bruitée



débruitage HDMI



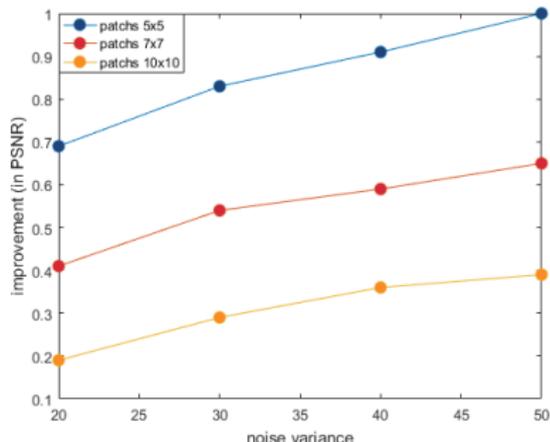
Resultats

débruitage HDMI corrigé



Conclusion et perspectives

- ★ Débruiter séparément la moyenne des patchs se ramène à un problème de bruit blanc gaussien
- ★ Améliore visuellement et qualitativement les résultats



- ★ peut s'utiliser avec tout débruiteur de patch $f_{denoise}$
- ★ Lien avec les approches multi-échelles et généralisations ?

Merci de votre attention !

Retrouvez l'article HDMI ainsi que ces travaux sur :
houdard.wp.imt.fr