

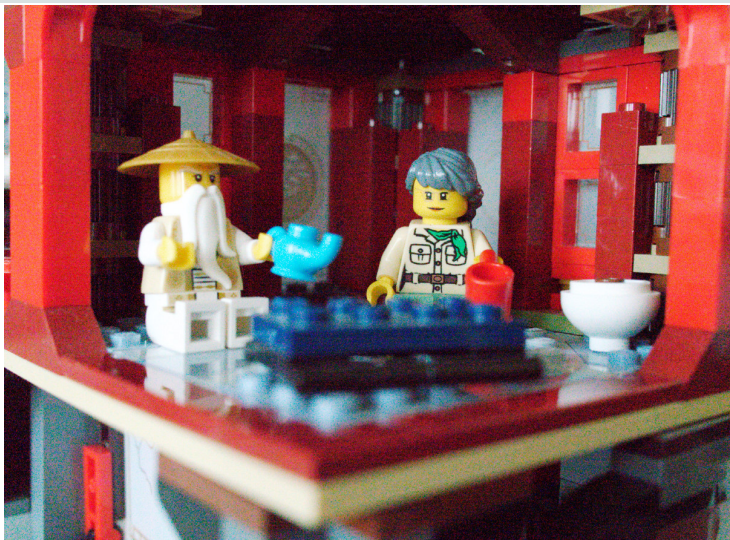
# Quelques avancées dans le débruitage d'images par patchs

Antoine Houdard

Journée de restitution des travaux de  
thèses du programme Futur & Ruptures

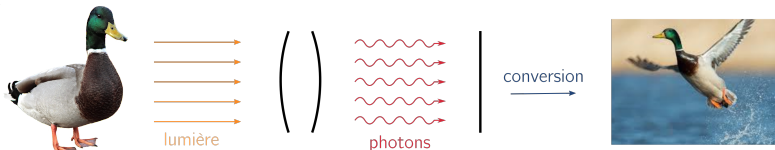
31 janvier 2019

# Le bruit dans les images numériques



# La photographie numérique

scène à photographier    systèmes optiques    réseau de capteurs    image numérique



sources de bruit

modélisé par

chaque pixel  $i$  est modélisé par

$$V_i = u_i + \mathcal{E}_i$$

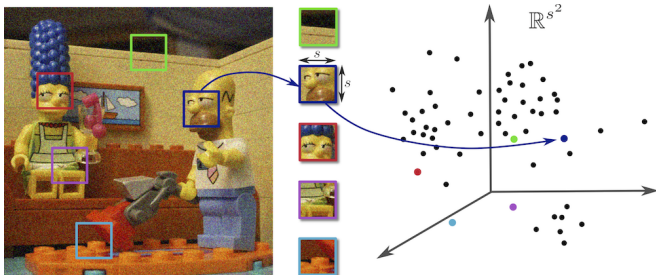
variable aléatoire  
observée

vraie valeur du  
pixel

bruit blanc  
gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$

# Les méthodes par patches

- Utiliser la redondance de l'information des images



- le modèle se réécrit dans l'espace des patches

$$Y_i = x_i + N_i$$

Diagram illustrating the model equation  $Y_i = x_i + N_i$  in the patch space:

- $x_i$ : vecteur aléatoire observé dans  $\mathbb{R}^{s^2}$
- $N_i$ : patch sous-jacent
- $N_i$ : bruit blanc gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma^2 I_{s^2})$

# Le cadre bayésien

- modélisation de  $x_i$  par un vecteur aléatoire  $X_i$  de distribution *a priori*  $P_X$



$$Y_i = X_i + N_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{s^2}),$$

# Le cadre bayésien

- modélisation de  $x_i$  par un vecteur aléatoire  $X_i$  de distribution *a priori*  $P_X$

The image shows a visual representation of the equation  $Y_i = X_i + N_i$ . It consists of three small square images arranged horizontally, separated by an equals sign and a plus sign. The first image is a noisy, grayscale texture. The second image is a clean, grayscale texture. The third image is a noisy, grayscale texture.

$$Y_i = X_i + N_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{s^2}),$$

le théorème de Bayes donne la **distribution postérieure**

$$P_{X|Y}(x|y) = \frac{P_{Y|X}(y|x)P_X(x)}{P_Y(y)}$$

# Le cadre bayésien

- modélisation de  $x_i$  par un vecteur aléatoire  $X_i$  de distribution *a priori*  $P_X$



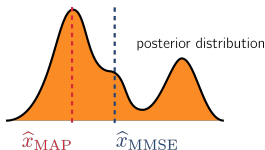
$$Y_i = X_i + N_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{s^2}),$$

le théorème de Bayes donne la **distribution postérieure**

$$P_{X|Y}(x|y) = \frac{P_{Y|X}(y|x)P_X(x)}{P_Y(y)}$$

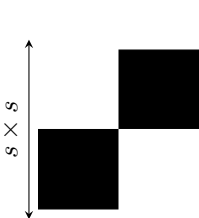
- Estimateurs statistiques pour  $x_i$

- ★  $\hat{x} = \mathbf{E}[X|Y = y]$  l'estimateur **d'erreur quadratique minimale (MMSE)**
- ★  $\hat{x} = \arg \max_{x \in \mathbf{R}^p} p(x|y)$  le **maximum a posteriori (MAP)**

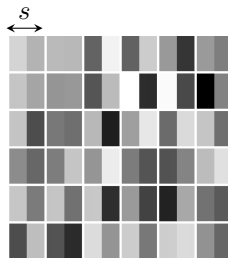


# Utilisation d'un *a priori* gaussien pour $X_i$

1. l'estimateur **MMSE** a une **formulation explicite**
2. la **matrice de covariance** d'un modèle gaussien encode des structure avec une certaine **invariance par changement de contraste**



matrice de covariance  $\Sigma$

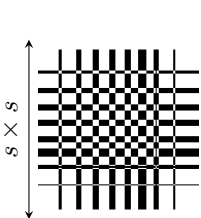


patches échantillonnés  $\mathcal{N}(m, \Sigma)$ .

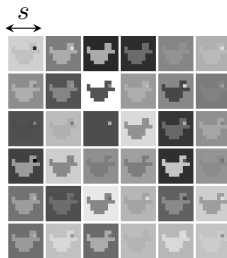


# Utilisation d'un *a priori* gaussien pour $X_i$

1. l'estimateur **MMSE** a une **formulation explicite**
2. la **matrice de covariance** d'un modèle gaussien encode des structure avec une certaine **invariance par changement de contraste**



matrice de covariance  $\Sigma$



patches échantillonnés  $\mathcal{N}(m, \Sigma)$ .

# Esquisse d'un algorithme de débruitage

1. **Extraction** des patches  $Y_i$  de l'image bruitée
2. **Apprentissage** d'un modèle pour les patches  $X_i$  à partir des observations  $Y_i$
3. **Débruitage** de chaque patch avec l'estimateur **MMSE**
4. **Agrégation** des patches débruités pour reconstruire l'image

# Esquisse d'un algorithme de débruitage

1. **Extraction** des patches  $Y_i$  de l'image bruitée
2. **Apprentissage** d'un modèle pour les patches  $X_i$  à partir des observations  $Y_i$
3. **Débruitage** de chaque patch avec l'estimateur **MMSE**
4. **Agrégation** des patches débruités pour reconstruire l'image

Mais...

# Le fléau de la dimension

l'estimation des paramètres du modèle de mélange de gaussiennes souffre du fléau de la dimension



# Le fléau de la dimension

l'estimation des paramètres du modèle de mélange de gaussiennes souffre du fléau de la dimension



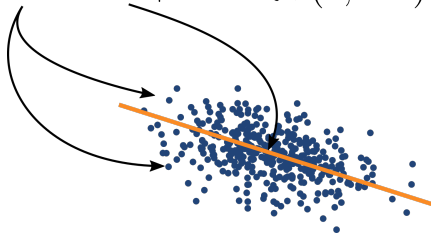
taille des patches  $\simeq 10 \times 10 \rightarrow$  grande dimension !

$\rightarrow$  l'estimation des matrices de covariance devient problématique mauvais conditionnement, matrices singulières...

# Proposition : le modèle HDMI



$$Y = X + N \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I})$$



modèle High-Dimensional Mixture Models for Image Denoising (HDMI) pour  $X$

→ chaque groupe  $k$  est de faible dimension intrinsèque  $d_k$  variable.

# l'algorithme de débruitage HDMI

- HDMI modélise le processus de génération des patchs bruités
- apprentissage entièrement non-supervisé (paramètres et dimensions  $d_k$ )
- un algorithme utilisant uniquement des outils statistiques → sans “hack”
- rivalise avec des méthodes contemporaines de réseaux de neurones

Clean image





Noisy image  $\sigma = 50$



# Résultats

Denoised with BM3D, [Foi et al. 2007](#), psnr = 26.55.dB



# Résultats

Denoised with FFDNet, [Zhang et al. 2018](#), psnr = 27.45dB



# Résultats

Denoised with HDMI  $K = 90$ , psnr = 27.05dB



Clean image



Noisy image  $\sigma = 50$



Denoised with BM3D, [Foi et al. 2007](#), psnr = 26.55.dB



Denoised with FFDNet, [Zhang et al. 2018](#), psnr = 27.45dB





Denoised with HDMI  $K = 90$ , psnr = 27.05dB



Merci de votre attention !

références et expériences disponibles sur [houdard.wp.imt.fr](http://houdard.wp.imt.fr)