

TD 6 - Équations différentielles non linéaires

Exercice 1 On considère l'équation

$$(E) \quad y'(t) = t^3 + y^3(t).$$

Soit y une solution maximale de (E) vérifiant $y(0) > 0$.

1. Justifier que y est définie sur un intervalle ouvert $]a, b[$.
2. Montrer que y est croissante sur $[0, b[$.
3. Montrer que b est réel.
4. Déterminer la limite de y en b^- .

Exercice 2 On considère l'équation

$$(E) \quad y'(t) = t + \frac{1}{y(t)}.$$

Soit y une solution maximale de (E) vérifiant $y(0) > 0$.

1. Justifier que y est définie sur un intervalle ouvert $]a, b[$.
2. Montrer que y est croissante sur $[0, b[$.
3. Montrer que $b = +\infty$.

Exercice 3 Soit F une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbf{R}^2 bornée.
Soit y une solution maximale de l'équation différentielle

$$y'(t) = F(t, y).$$

Montrer que y est définie sur \mathbf{R} .