

High-Dimensional Mixture Models for Unsupervised Image Denoising (HDMI)

Antoine Houdard, Charles Bouveyron, Julie Delon

LTCl - Télécom ParisTech
MAP5 - Université Paris Descartes

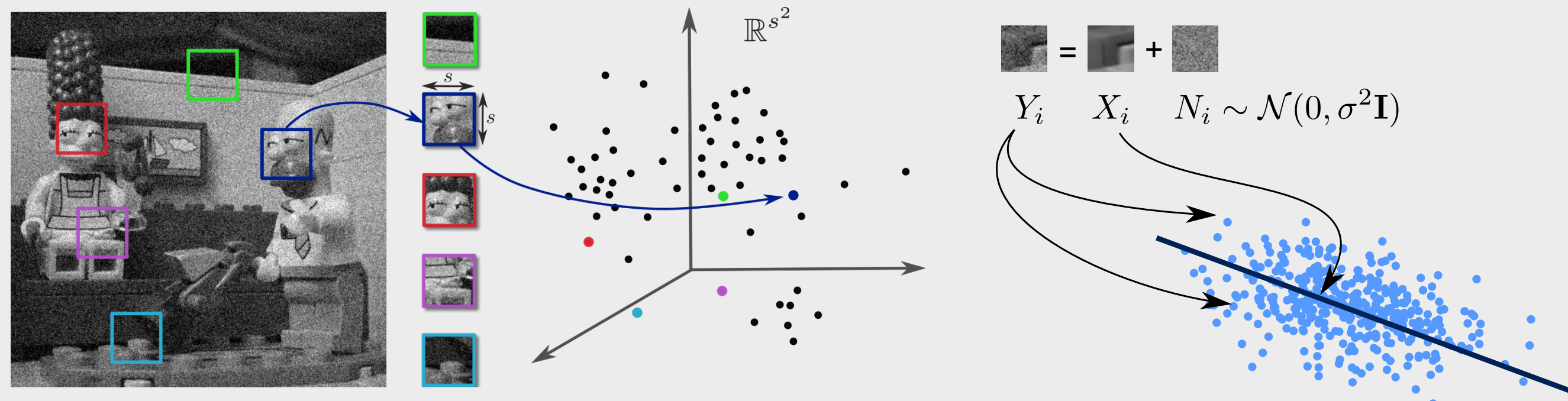


Une méthode de débruitage par patches avec un modèle de bruit blanc gaussien

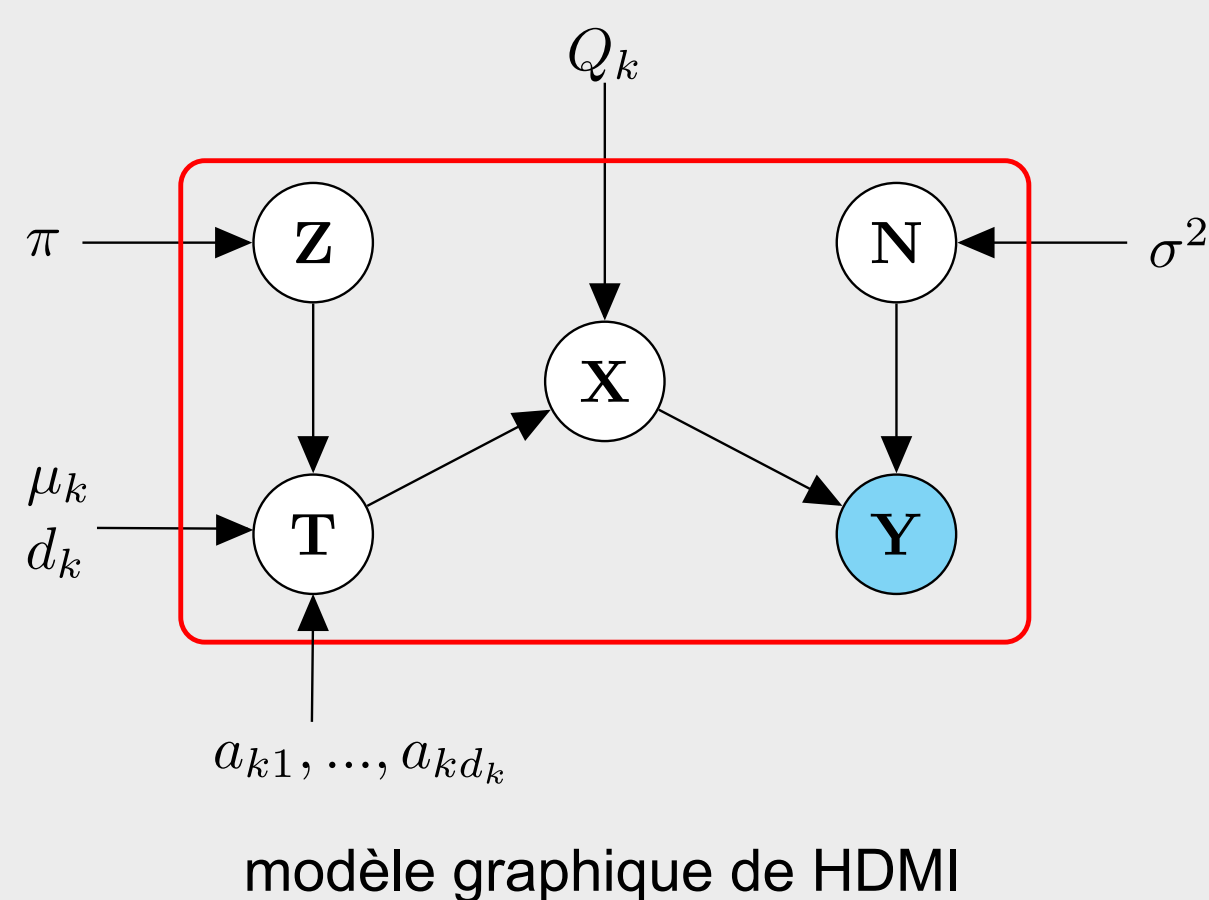
HDMI est une méthode de débruitage par patches fondée sur une modélisation statistique de l'ensemble des patches de l'image.

On fait l'hypothèse que les patches sont localement distribués dans un espace de plus faible dimension.

Le bruit est considéré blanc gaussien.



Le modèle HDMI : un modèle de mélange de plus faibles dimensions intrinsèques



On définit Z la variable d'appartenance aux groupes et on modélise les patches par

$$X_{|Z=k} = U_k T + \mu_k \text{ avec } T \in \mathbb{R}^{d_k} \text{ et } T_{|Z=k} \sim \mathcal{N}(0, S_k)$$

Cela implique un modèle de mélange gaussien (GMM) sur les patches bruités

$$Y \sim \sum_{k=1}^K \pi_k \mathcal{N}(y; \mu_k, \Sigma_k) \text{ avec } Q_k^T \Sigma_k Q_k = \Delta_k = \begin{pmatrix} \begin{matrix} a_{k1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & a_{kd} \end{matrix} & 0 \\ 0 & \begin{matrix} \sigma^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma^2 \end{matrix} \end{pmatrix} \begin{matrix} d_k \\ (p - d_k) \end{matrix}$$

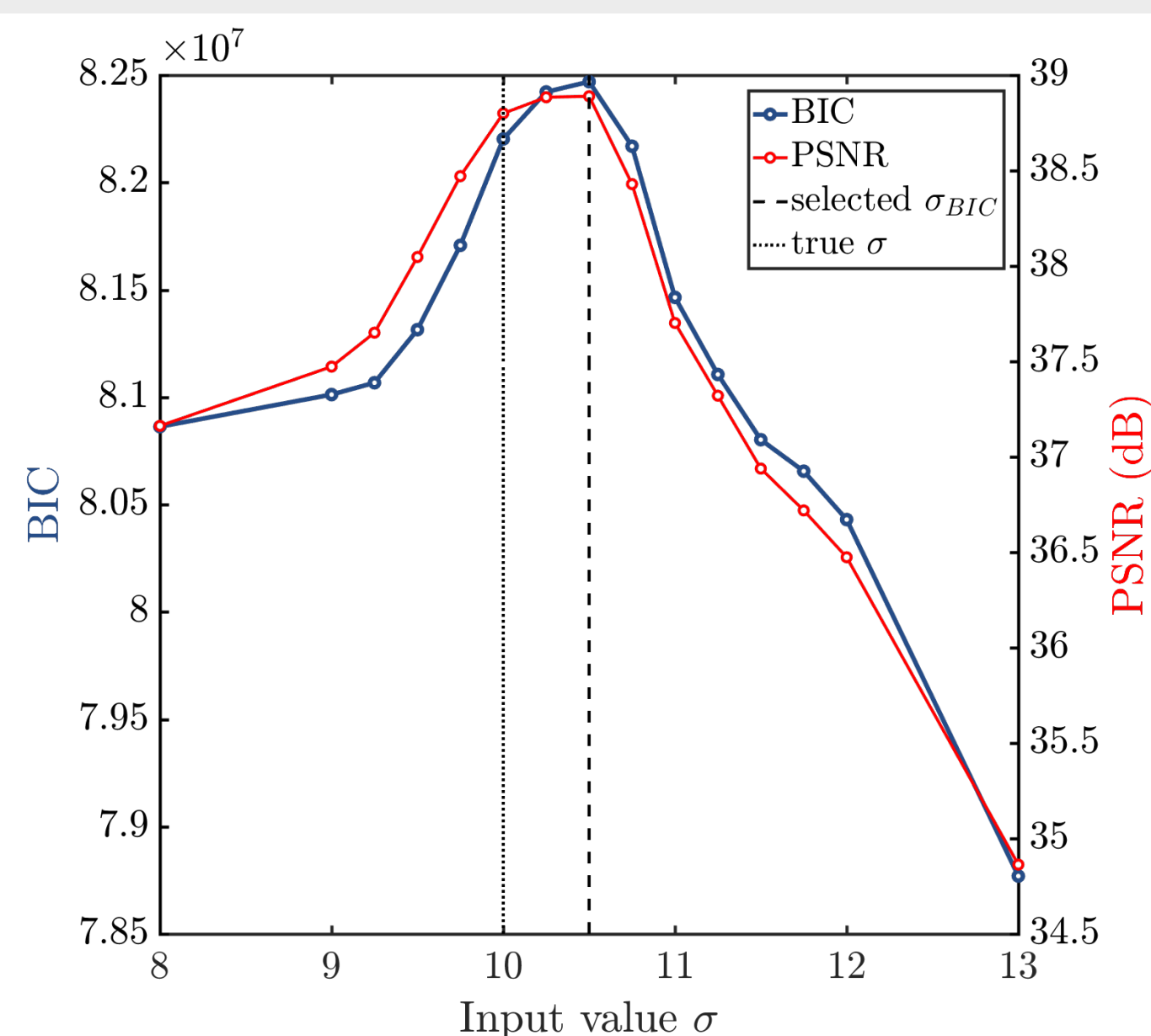
Inférence par l'algorithme EM

Le but est de maximiser la vraisemblance du modèle en alternant les étapes suivantes :

Étape E : mise à jour des probabilités d'appartenance aux classes t_{ik} sachant les paramètres courants

Étape M : mise à jour des paramètres :

$$\theta = \{\pi_k, \mu_k, Q_k, a_{kj}, \sigma^2, d_k; k = 1, \dots, K, j = 1, \dots, d_k\}$$



Sélection des dimensions intrinsèques

- Lorsque la variance σ du bruit est connue on estime la dimension du groupe k par

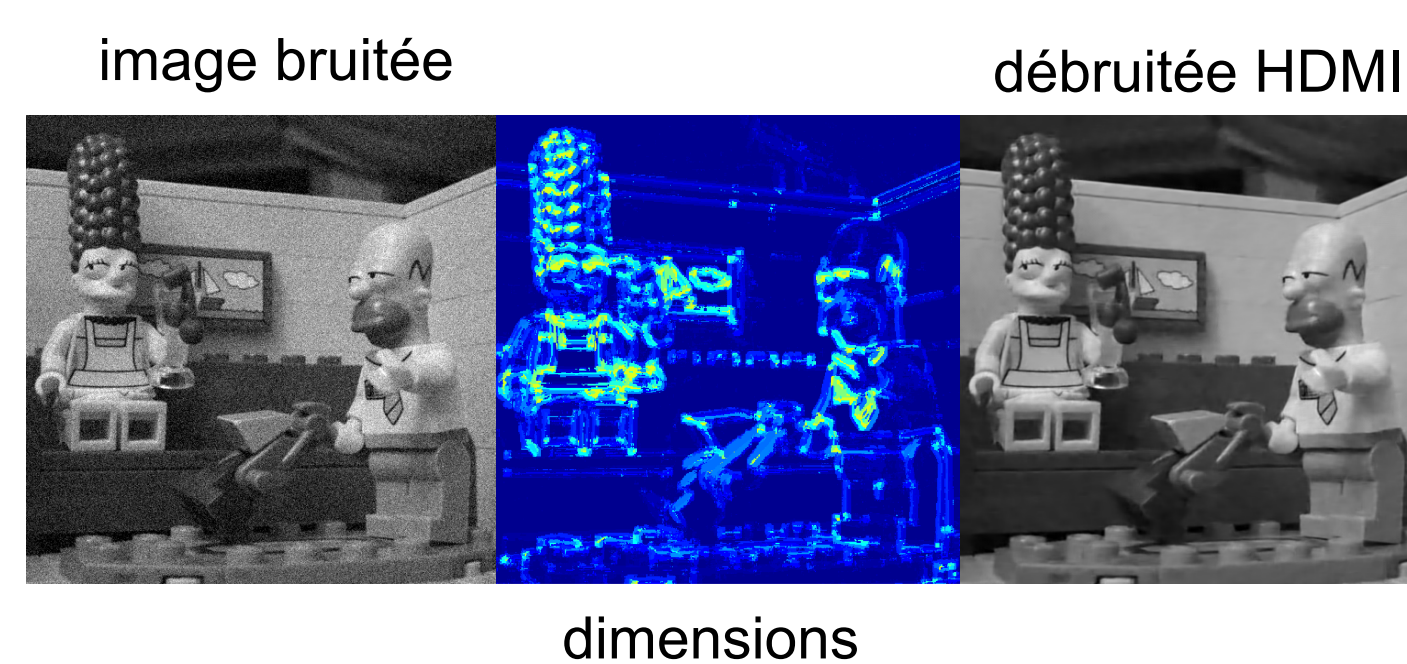
$$\hat{d}_k = \operatorname{argmin}_d \left| \frac{1}{p-d} \sum_{j=d+1}^p \lambda_{kj} - \sigma^2 \right|$$

où λ_{kj} sont les valeurs propres de la covariance empirique du groupe k

- Lorsque la variance du bruit est inconnue, nous proposons d'utiliser l'heuristique précédente pour différentes valeurs de σ puis de sélectionner le meilleur modèle par le critère BIC

$$\text{BIC}(\mathcal{M}) = \ell(\hat{\theta}) - \frac{\xi(\mathcal{M})}{2} \log(n)$$

où $\xi(\mathcal{M})$ est le nombre de paramètres du modèle $\mathcal{M}$ et ℓ la log-vraisemblance des paramètres.



comparaison avec l'état-de-l'art				
image	σ	NL-bayes	HDMI _{unsup}	HDMI _{sup}
Lena	10	35.79	35.23	35.83
	20	32.86	32.87	32.90
	30	31.19	30.93	31.04
Barbara	10	34.91	34.67	35.01
	20	31.51	31.31	31.61
	30	29.62	28.92	29.49
Simpson	10	38.67	39.07	38.98
	20	34.65	34.79	34.91
	30	32.21	32.40	32.50
Alley	10	32.45	31.94	32.47
	20	28.90	28.96	29.07
	30	26.89	27.17	27.39

Débruitage avec HDMI

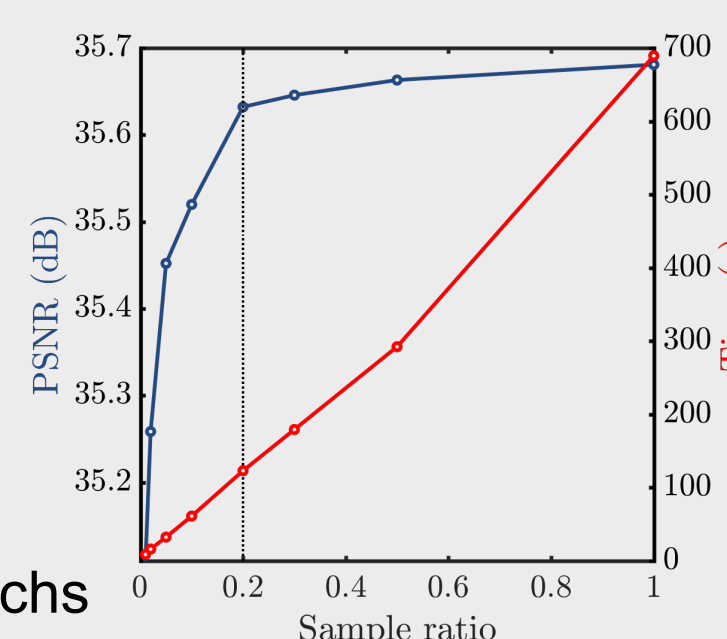
Le patch débruité est estimé par l'espérance conditionnelle :

$$\widehat{X}_i = \mathbb{E}[X|Y = Y_i] = \sum_{k=1}^K \psi_k(Y_i) t_{ik} \text{ où } \psi_k(Y_i) = \mu_k + \tilde{Q}_k (I_p - \sigma^2 \Delta_k^{-1}) \tilde{Q}_k^T (Y_i - \mu_k) \text{ avec } \tilde{Q}_k = [U_k, 0_{p,p-d_k}]$$

Conclusion

Une méthode de débruitage entièrement fondée sur un modèle statistique

- performante vis-à-vis de l'état-de-l'art en terme de PSNR
- sans paramètres à ajuster
- qui peut être utilisée de façon non supervisée (σ inconnu)
- inférence coûteuse en temps $\rightarrow$ possible sur un sous-ensemble de patches



Contact

page perso :
houdard.wp.imt.fr

courriel :
antoine.houdard@telecom-paristech.fr

preprint :
up5.fr/HDMI

